

Problema 6: Un aeromobile, partendo da un waypoint nei pressi Anchorage (lat 61° 12' N; long. 149° 54' W), intende seguire l'ortodromia fino a Reykjavik (lat. 64° 06' N; long. 21° 54' W). Calcolare le coordinate del vertice dell'ortodromia. [$\varphi_v = 77^\circ 16' 43''$ N; $\lambda_v = 84^\circ 09'$ W]

Svolgimento

1- Ortodromia tra A e B

Visto che si conoscono le coordinate del punto di partenza e di arrivo, si può subito ricavare la distanza ortodromica tra loro con il teorema di Eulero:

$$\Delta\lambda_{AB} = \lambda_B - \lambda_A = -21^\circ 54' - (-149^\circ 54') = 128^\circ 0' 0'' E$$

$$\cos m_{AB} = \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos(90^\circ - \varphi_B) + \sin(90^\circ - \varphi_A) \cdot \sin(90^\circ - \varphi_B) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}$$

$$m_{AB} = \arccos(\sin(\varphi_A) \cdot \sin(\varphi_B) + \cos(\varphi_A) \cdot \cos(\varphi_B) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}) = 48^\circ, 8 \cdot 60 = 2927,8 NM$$

Quindi, con il teorema di Viéte, si calcola la Ri:

$$\cot(90^\circ - \varphi_B) \cdot \sin(90^\circ - \varphi_A) = \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB} + \sin \Delta\lambda_{AB} \cdot \cot R_i$$

$$\sin \Delta\lambda_{AB} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} R_i} = \cot(90^\circ - \varphi_B) \cdot \sin(90^\circ - \varphi_A) - \cos(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}$$

$$\sin \Delta\lambda_{AB} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} R_i} = \operatorname{tg}(\varphi_B) \cdot \cos(\varphi_A) - \sin(\varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}$$

$$\operatorname{tg} R_i = \frac{\sin \Delta\lambda_{AB}}{\operatorname{tg}(\varphi_B) \cdot \cos(\varphi_A) - \sin(\varphi_A) \cdot \cos \Delta\lambda_{AB}} \Rightarrow R_i = N 27^\circ, 2 E$$

2- Calcolo delle coordinate del vertice

Visto che il vertice rappresenta quel punto in cui si forma un angolo di 90° tra la rotta ortodromica e il meridiano passante per il punto, oltre ad essere il punto di massima latitudine e di simmetria dell'ortodromia, si può usare il teorema di Nepero per il calcolo delle coordinate.

$$\cos(R_i) = \cot(90^\circ - \varphi_A) \cdot \cot(90^\circ - m_{AV}) = \operatorname{tg}(\varphi_A) \cdot \operatorname{tg}(m_{AV}) \Rightarrow m_{AV} = \arctg\left(\frac{\cos(R_i)}{\operatorname{tg}(\varphi_A)}\right) = 26^\circ, 05 \cdot 60 = 1563,1 NM$$

$$\cos(\Delta\lambda_{AV}) = \sin(90^\circ - m_{AV}) \cdot \sin(R_i) = \cos(m_{AV}) \cdot \sin(R_i) \Rightarrow \Delta\lambda_{AV} = 65^\circ, 75 E$$

$$\lambda_v = \lambda_A + \Delta\lambda_{AV} = -149^\circ 54' + (65^\circ, 75) = -84^\circ 09' = 84^\circ 09' W$$

$$\cos(\varphi_v) = \sin(90^\circ - \varphi_A) \cdot \sin(R_i) = \cos(\varphi_A) \cdot \sin(R_i) \Rightarrow \varphi_v = 77^\circ, 3 = 77^\circ 16' 43'' N$$